Model Matematika Terhadap Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Rumah Sakit Paru Batu

Vivi Aida Fitria
Dosen STMIK Asia Malang

ABSTRAK

Model matematika terhadap penyebaran terhadap penyakit tuberkulosis merupakan keterkaitan pemodelan matematika dengan mekanisme penyebaran penyakit tuberkolosis yang berbentuk sistem persamaan diferensial tak liner. Khususnya di lingkungan Rumah Sakit Paru Batu.Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pemodelan terhadap penyebaran penyakit tuberkulosis dengan sistem persamaan diferensial dan untuk mengetahui analisis model matematika terhadap penyebaran penyakit tuberkulosis. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pemodelan matematika terhadap penyebaran penyakit tuberkulosis memiliki 3 persamaan diferensial tak linear yaitu (1) jumlah manusia yang rentan TBC pada saat t (S(t)) dalam hal ini adalah jumlah pegawai dan pesawat rawat inap (kecuali penderita TBC), (2) jumlah manusia laten TBC (terinfeksi tetapi belum menular, TBC pasif) pada saat t (L(t)), dan (3) jumlah manusia terinfeksi TBC (terinfeksi dan menular, aktif) pada saat t (I(t)). Dan dari sistem tersebut diperoleh dua titik tetap yakni titik tetap yang pertama menunjukkan bahwa semua manusia sehat dan yang kedua berpotensi terinfeksi TBC (stabil global)

***Kata kunci**: Pemodelan Matematika, Tuberkulosis , Sistem Persamaan Diferensial*

ABSTRACT

Mathematical models for the spread of tuberculosis is a reference to the mathematical modeling of mechanisms of the spread of tuberculosis in the form of systems of differential equations is not linear. Particularly at the Hospital of Lung Batu.Penelitian aims to determine the modeling of the spread of tuberculosis to the system of differential equations and to find out the analysis of mathematical models of the spread of tuberculosis. These results indicate that the mathematical modeling of the spread of tuberculosis has three differential equations are not linear (1) the number of people susceptible tuberculosis at the time t (S (t)) in this case is the number of employees and aircraft hospitalization (excluding patients with TB) , (2) the amount of latent human tuberculosis (infected but not contagious, TB passive) at the time t (L (t)), and (3) the number of people infected with tuberculosis (infected and infectious, active) at time t (I (t)). And of the system obtained two fixed points which is a fixed point of the first to show that all human beings are both healthy and potentially infected with tuberculosis (global stability)

***Keywords:** Mathematic Modelling, Tubercolosis, System of Differential equations*

PENDAHULUAN

Pemodelan matematika merupakan akibat dari penyelesaian permasalahan yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari yang diselesaikan menggunakan matematika. Model matematika adalah model yang digambarkan dalam suatu persamaan matematika. Persamaan ini merupakan pendekatan terhadap suatu fenomena fisik, salah satu persamaan yang digunakan adalah persamaan diferansial. Persamaan diferensial adalah persamaan yang di dalamnya terdapat turunan-turunan. Model matematika sifatnya lebih abstrak, menggunakan seperangkat simbol matematika untuk menunjukkan komponen-komponen dan korelasinya dari sisitem nyata, seperti nilai konstanta, variabel, fungsi persamaaan dan ketidaksamaan. Dengan model, kita dapat menggambarkan suatu fenomena sehingga menjadi lebih jelas dalam memahaminya. Salah satu fenomena yang dapat digambarkan melalui model matematika adalah menyebarnya penyakit tuberculosis, khususnya di Rumah Sakit Paru Batu.

Tuberkulosis masih merupakan masalah kesehatan diseluruh dunia oleh karena mortalitas dan morbiditasnya yang masih tinggi terutama pada negara-negara berkembang. Tahun 2000 insiden TB didunia semakin meningkat dibanding tahun 1995. Survey Kesehatan Rumah Tangga (SKRT) RI 1986, TB merupakan penyebab kematian nomor 4. Sedang SKRT RI 1992 TB merupakan penyebab kematian nomor 2 setelah penyakit kardiovaskuler dan nomor 1 penyakit infeksi. Pada saat ini Indonesia adalah negara penyumbang TB ke-3 terbanyak didunia setelah Cina dan India. Publikasi WHO 1997 menyatakan insiden di Indonesia adalah 220 per100.000 penduduk jadi diperkirakan jumlah kasus baru setiap tahun sekitar 450.000 dengan jumlah penduduk pada saat itu. Ini adalah suatu angka yang mengerikan, menginggat TB adalah suatu penyakit yang mudah sekali menular dari 1 orang ke orang lain. Berdasarkan permasalahan diatas, penulis sangat tertarik untuk membahas atau mengkaji lebih jauh tentang keterkaitan pemodelan matematika dengan mekanisme penyebaran penyakit tuberkolosis. Khususnya di lingkungan Rumah Sakit Paru Batu. Adapun fokus dalam tulisan ini adalah 1) untuk mengetahui pemodelan terhadap penyebaran penyakit tuberkulosis dengan sistem persamaan diferensial,dan 2) untuk mengetahui analisis model matematika terhadap penyebaran penyakit tuberkulosis.

KAJIAN TEORI

1. Persamaan Diferensial

Definisi 1:

Persamaan diferensial adalah persamaan yang menyangkut satu atau lebih variabel terikat beserta turunannya terhadap satu atau lebih variabel bebas. Variabel bebas yaitu variabel yang nilainya tidak bergantung variabel lain, sedangkan variabel terikat nilainya bergantung variabel lain. Berdasarkan bentuknya, diferensial dibagi menjadi dua macam, yaitu :

1. Persamaan diferensial biasa, yaitu persamaan yang hanya mempunyai satu variabel bebas.
2. Persamaan diferensial parsial, yaitu persamaan yang mempunyai variabel bebas lebih dari satu.

Orde (tingkat) suatu persamaan diferensial yaitu derivatif tertinggi yang terdapat pada persamaan diferensial tersebut. Sedangkan derajat suatu persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi dari turunan tertinggi dalam persamaan diferensial itu. Secara umum suatu persamaan diferensial biasa orde n adalah suatu persamaan yang dapat ditulis dalam bentuk

$y^{(n)}= F(x,y, y' ,\ldots,y^{(n-1)})$

dimana $y, y',\ldots, y^{(n)}$ semuanya ditentukan nilainya oleh x.

2. Persamaan Diferensial Tak Linear

Definisi 2 :

Persamaan diferensial Tak Linier adalah persamaan diferensial yang bukan persamaan diferensial Linier. Dengan demikian Persamaan diferensial $F(x, y',\ldots, y^{(m)}) = 0$ adalah persamaan diferensial tak linier, jika salah satu dari berikut dipenuhi oleh *F* :

1) *F* tidak berbentuk polinom dalam $y, y',\ldots, y^{(m)}$
2) *F* tidak berbentuk polinom berpangkat lebih dari 2 dalam $y, y',\ldots, y^{(m)}$

Contoh :

1. $yy'+xy''=0$ persamaan diferensial tak linier karena $F(x, y, y', y'') = yy'+xy''$ polinom berpangkat dua dalam y, y', y''.
2. 2. $\sin xy\dfrac{dy}{dx}+\cos\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)=0$ tak liner, karena *F* tak berbentuk polinom dalam $y, \dfrac{dy}{dx}, \dfrac{d^2y}{dx^2}$

3. Sistem Persamaan Diferensial

Definisi 3:

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat n buah persamaan diferensial, dengan n buah fungsi yang tidak diketahui, dimana n merupakan bilangan bulat positif lebih besar sama dengan 2 (Finizio dan Ladas, 1982:132). Antara persamaan diferensial yang satu dengan yang lain saling keterkaitan dan konsisten.

Bentuk umum sisitem persamaan diferensial orde n adalah

$\dfrac{dx_i}{dt} f_i(t, x_1,\ldots, x_n), i = 1,\ldots, n$ dimana

$\dfrac{dx_i}{dt}$ merupakan derivatif fungsi x_i terhadap t, x_i adalah fungsi dari t yang tidak diketahui dan f_i adalah fungsi yang diberikan dalam n+1 variabel. Secara umum, suatu sistem n persamaan orde pertama mempunyai bentuk sebagai berikut :

$$y_1' = \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)$$
$$y_2' = \frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)$$
$$\vdots$$
$$y_n' = \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)$$

3. Model Matematika

Model matematika dari suatu masalah adalah rumusan masalah dalam bentuk persamaan atau fungsi matematika. Sedangkan pemodelan matematika dari suatu masalah adalah langkah-langkah yang ditempuh untuk memperoleh dan memanfaatkan persamaan atau fungsi metematika dari suatu masalah. Syarat utama Model yang baik adalah sebagai berikut :

a. Representatif: model mewakili dengan benar sesuatu yang diwakili, makin mewakili, model makin kompleks.
b. Dapat difahami/ dimanfaatkan: model yang dibuat harus dapat dimanfaatkan (dapat diselesaikan secara matematis), makin sederhana makin mudah diselesaikan.

Langkah-langkah dalam pemodelan masalah adalah sebagai berikut :

1) Identifikasi masalah, yaitu mampu memahami masalah yang akan dirumuskan sehingga dapat ditranslasi ke dalam bahasa matematika
2) Membuat asumsi, yaitu dengan cara menyederhanakan banyaknya faktor yang berpengaruh terhadap kejadian yang sedang diamati dengan mengasumsi hubungan sederhana antara variabel. Asumsi tersebut dibagi dalam dua kategori utama :
   a. Klasifikasi variabel
   b. Pemodel mengidentifikasi variabel terhadap hal-hal yang mempengaruhi tingkah laku pengamatan
   c. Menentukan interelasi antara variabel yang terseleksi untuk dipelajari
   d. Pemodel membuat sub model sesuai asumsi yang telah dibuat pada model utama, kemidian mempelajari secara terpisah pada satu atau lebih variabel bebas.
3) Menyelesaikan atau menginterprestasikan model

   Setelah model diperoleh kemudian diselesaikan secara matematis, dalam hal ini model yang digunakan dan penyelesaiannya menggunakan persamaan diferensial. Apabila pemodel mengalami kesulitan untuk menyelesaikan model dan interpretasi model, maka kelangkah 2 dan membuat asumsi sederhana tambahan atau kembali kelangkah 1 untuk membuat definisi ulang dari permasalahan. Penyederhanaan atau definisi ulang sebuah model merupakan bagian yang penting dalam matematika model.
4) Verifikasi model

   Sebelum menyimpulkan kejadian dunia nyata dari hasil model, terlebih dahulu model tersebut harus diuji. Beberapa pertanyaan yang diajukan sebelum melakukan uji dan mengumpulkan data, yaitu : 1) apakah model menjawab masalah yag telah diidentifikasi? 2) apakah model membuat pemikiran yang sehat? 3) apakah data (sebaiknya menggunakan data aktual yang diperoleh dari observasi empirik) dapat dikumpulkan untuk menguji dan mengoperasikan model dan apakah memenuhi syarat apabila diuji

4. Tuberkulosis

Tuberkulosis adalah suatu penyakit menular yang disebabkan oleb basil *Mycrobacterium tuberculosis* tipe humanus. Basil berbentuk batang itu tahan terhadap asam pada pewarnaan (Basil tahan asam, BTA). Basil tuberculosis akan cepat mati jika terkena sinar matahari secara langsung, tetapi dapat bertahan hidup beberapa jam di tempat yang gelap dan lembab .

Perjalanan Penyakit Tuberkulosis

Tuberkulosis Primer

Basil tuberculosis masuk melalui saluran pernafasan dan bersarang didalam jaringan paru-paru, dimana basil tersebut akan membentuk suatu sarang pneumonic (sarang primer/afek primer). Dari sarang primer akan terlihat peradangan saluran getah bening menuju hilus (limfangitis lokal). Peradangan-peradangan itu diikuti oleh pembesaran kelenjar-kelenjar getah bening di hilus (limfadenitis regional). Afek primer bersama limfangitis lokal dan limfadenitis regional dikenal sebagai kompleks primer. Kompleks primer ini akan mengalami keadaan sebagai berikut:

1. Sembuh dengan tidak meniggalkan cacat sama sekali (*restitution and integrum*).
2. Sembuh dengan meninggalkan sedikit bekas (antara lain sarang *Ghon,* garis-garis fibrotik, sarang perkapuran di hilus).
3. Berkomplikasi dan menyebar, dengan cara :
   a. Perkontinuitatum yaitu menyebar ke sekitarnya. Salah satu contoh epituberkulosis yaitu suatu kejadian dimana terdapat penekanan bronkus, biasanya bronkus lobus medius oleh kelenjar hilus yang membesar hingga

menimbulkan obstruksi pada saluran pernafasan. Basil tuberkulosis akan menjalar sepanjang bronkus yang tersumbat ke lobus yang atelektasis dan menimbulkan peradangan pada lobus yang atelektasis dan menimbulkan peradangan pada lobus yang atelektasis tersebut.

b. Penyebaran secara bronkogen, baik di paru yang bersangkutan maupun ke paru sebelahnya. Dengan tertelannya sputum bersama ludah, penyebaran ini dapat terjadi kedalam usus.

c. Penyebaran melalui pembuluh getah bening dan pembuluh darah. Kejadian penyebaran ini sangat bersangkutan dengan daya tahan tubuh, jumlah dan virulensi basil. Sarang-sarang yang ditimbulkan dapat sembuh secara spontan. Akan tetapi jika tidak terdapat imunitas yang kuat, maka penyebaran ini akan menimbulkan keadaan yang cukup gawat. Komplikasi dan penyebaran ini mungkin berakhir dengan sembuh dan meninggalkan sekuele (misalnya pertumbuhan terbelakang pada anak) atau menyebabkan kematian.

Tuberkulosis Post Primer

Dari tuberkulosis primer akan muncul betahun-tahun kemudian. Tuberkulosis post-primer biasanya muncul pada umur 15-40 tahun. Tuberkulosis post-primer dimulai dengan sarang dini, yang umumnya terletak disegmen apikal dari lobus superiol maupun lobus inferiol. Sarang dini ini mula-mula berbentuk suatu sarang pneumonik kecil. Keadaan pneumonik ini akan mengikuti salah satu jalan sebagai berikut :

1. Diresorpi kembali dan sembuh dengan tidak meninggalkan cacat.
2. Sarang tadi mula-mula meluas tetapi segera terjadi proses penyembuhan dengan penyembuhan jaringan fibrosis. Selanjutnya akan membungkus diri menjadi lebih keras, terjadi perkapuran dan akan sembuh dalam bentuk perkapuran. Sebaliknya dapat juga sarang itu menjadi aktif kembali, membentuk jaringan keju dan menimbulkan kavitas, bila jaringan keju dibatukkan keluar.
3. Sarang pneumanik meluas membentuk jaringan keju (jaringan kaseosa). Kavitas akan muncul dengan dibatukkannya jaringan keju keluar. Kavitas mula-mula berdinding tipis, lama-lama dindingnya akan menjadi tebal (kavitas sklerotik). Keadaan kavitas ini sebagai berikut :

a. Mungkin meluas kembali dan menimbulkan sarang pneumanik baru. Sarang ini akan mengikuti pola perjalanan yang disebutkan diatas.

b. Dapat pula memadat dan membungkus diri (*encapsulated*) dan disebut tuberkuloma. Tuberkuloma dapat mengapur dan menyembuh. Tetapi ada kemungkinan aktif kembali, mencair lagi, dan kavitas lagi.

c. Kavitas bisa pula bersih dan menyembuh (*open healed cavity*) atau kavitas menyembuh dengan membungkus diri, akhirnya mengecil. Mungkin berakhir dengan kavitas yang terbungkus dan menciut dan kelihatan seperti bintang (*stellate shaped*).

Sarang dikelompokkan menjadi tiga, antara lain :

1. Sarang yang sudah sembuh. Sarang-sarang ini sama sekali tidak membutuhkan obat apapun. Tetapi sering sekali sarang ini masih diberi pengobatan yang malah dapat meracuni si sakit (intoksikasi).
2. Sarang-sarang aktif, eksudatif. Sarang ini wajib mendapatkan pengobatan yang lengkap dan sempurna.
3. Sarang-sarang yang terletak antara aktif dan sembuh. Mungkin saja sarang-sarang ini sembuh dengan spontan tetapi ada kemungkinan reasorpi kembali, sehingga dibutuhkan pengobatan.

PEMBAHASAN

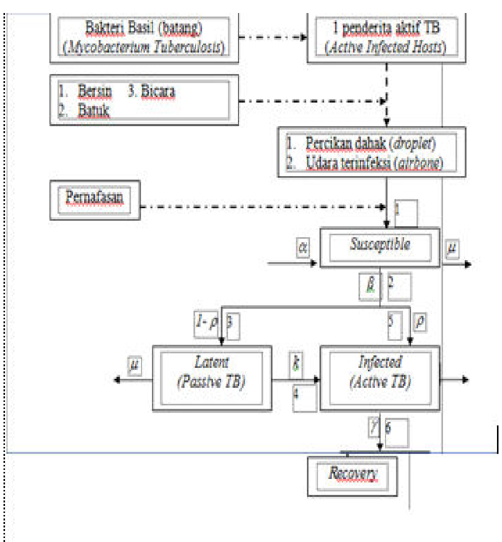
1. Penyebaran Penyakit Tuberkulosis

Penyebaran penyakit tuberkulosis yaitu melalui penderita TBC yang dahaknya mengandung Mycobacterium tuberculosi hidup (BTA+). Infeksi bakteri ini paling sering disebarkan melalui udara (*air borne, droplets infection*). Penyebaran melalui udara berupa partikel-partikel percikan dahak yang mengandung bakteri yang berasal dari penderita saat batuk, bersin atau bicara. Partikel yang mengandung bakteri ini terhisap oleh orang sehat dan akan menimbulkan infeksi di saluran pernafasan.

Bila basil telah mencapai saluran pernafasan maka bakteri tersebut akan segera membentuk lesi primer. Dalam 4-6 minggu terjadi sensitisasi terhadap protein bakteri sehingga reaksi tuberkulin menjadi positif. Kemudian terjadi penyebaran bakteri kearah kelenjar getah bening di mediastinum, yang bersama dengan lesi primer disebut kompleks primer. Lesi primer sampai kompleks primer disebut infeksi primer. Infeksi primer dalam perjalanan lebih lanjut sebagian besar akan mengalami penyembuhan. Kemudian infeksi dapat menyebar keseluruh jaringan paru-paru dan menyebar ke organ lain melalui peredaran darah, limfa, saluran pernafasan atau langsung ke alat tubuh yang dekat. Beberapa kuman mencapai pembuluh darah dan menyebar keseluruh tubuh secara hematogen dan ini memungkinkan terjadinya tuberkulosis milier. Bakteri tuberkulosis bisa tumbuh dan menimbulkan kelainan pada hampir semua organ tubuh. Tuberkulosis post-primer terjadi karena penularan ulang, baik bakteri dari luar tubuh maupun berasal dari bakteri didalam tubuh sendiri.

Tuberkulosis paru sering menyebabkan terjadinya nekrosis perkejuan, destruksi jaringan paru dan terbentuknya kavitas. Perkejuan, pembentukan kavitas dan kerusakan jaringan paru merupakan proses yang penting pada patogenesis tuberkulosis manusia. Pada tempat-tempat perkejuan dan kavitas, ditemukan bakteri diluar sel dalam jumlah besar. Didalam perkejuan bakteri tuberkulosis mampu tumbuh ekstraseluler dan dapat ditemukan dalam jumlah yang banyak. Dari sebuah kavitas bakteri tuberkulosis mamasuki saluran pernafasan, menyebar keseluruh paru yang lain dan menular pada orang lain. Didalam jaringan tubuh, bakteri dapat hidup bertahun-tahun. Tanpa pengobatan, setelah 5 tahun, 50% penderita akan meninggal, 25% sembuh sendiri, 25% menjadi kasus kronik yang tetap menular.

Pola penyebaran penyakit *Tuberculosis* (TB) diberikan dalam diagram kompartemen berikut :



Gambar 1. Transmisi Infeksi dan Epidemi *Tuberculosis* (TB)

Keterangan:

1. Satu penderita TB aktif (*Active Infected Hosts*) masuk dalam populasi *susceptible.*
2. Peluang transmisi populasi *susceptible* menjadi terinfeksi perkontak individu pertahun.
3. Populasi *susceptible* menjadi penderita *latent* TB (terinfeksi tetapi belum menular, TB pasif) karena bakteri dalam tubuhnya belum berkembang dan menginfeksi secara penuh dan juga dikarenakan kekebalan tubuhnya yang kuat menahan bakteri yang masuk dalam tubuhnya.
4. Laju perkembangan dari *latent* TB menjadi TB aktif.
5. Populasi *susceptible* menjadi penderita TB aktif (terinfeksi dan menular) karena bakteri yang masuk dalam tubuhnya berkembang dan menginfeksi secara penuh dan juga dikarenakan kekebalan tubuhnya lemah menahan bakteri yang masuk.
6. Laju perkembangan manusia yang telah terinfeksi menjadi sembuh (*recovery*).

2. Pembentukan Model Matematika

Dalam pemodelan matematika terhadap penyeberan penyakit TBC, variabel yang digunakan adalah :

1) Jumlah manusia yang rentan TBC pada saat t (S(t)).
2) Jumlah manusia laten TBC (terinfeksi tetapi belum menular, TBC pasif) pada saat t (L(t)).
3) Jumlah manusia terinfeksi TBC (terinfeksi dan menular, aktif) pada saat t (I(t)).

Setelah mengetahui varibel-variabel yang digunakan dalam membentuk model matematika, maka selaanjutnya menetukan notasi untuk memenuhi variabel tersebut. Parameter yang digunakan pada pembentukaan model matematikanya yaitu :

α = laju kelahiran

β = laju transmisi infeksi perkontak individu perbulan

d = laju kematian akibat TBC perbulan

μ = laju kematian secara alami(bukan karena TBC) per bulan

= proporsi tingkat perkembangan cepat dari rentan menjadi terinfeksi aktif

k = tingkat perkembangan dari laten TBC menjadi aktif TBC

Populasi manusia yang *invected* adalah konstan, dengan demikian dapat dinyatakan :

$N(t) = S(t) + L(t) + I(t)$ ....(1)

Selanjutnya akan dihitung perubahan *susceptible* menjadi *invected* (membentuk model proses transmisi infeksi). Perubahan ini dipengaruhi oleh perkalian peluang transmisi infeksi perkontak individu pertahun yaitu β dan proposional terhadap jumlah manusia yang terinfeksi yaitu $\frac{I(t)}{N}$. Dengan demikian peluang satu manusia *susceptible* yang terinfeksi pertahun adalah:

$$\beta \frac{I(t)}{N} \quad \text{...(2)}$$

dan jumlah manusia yang terinfeksi yang masuk dalam populasi pertahun adalah:

$$\beta S(t) \frac{I(t)}{N} \quad \text{..(3)}$$

Setelah diketahui model proses transmisi infeksi selanjutnya dibentuk model interaksi untuk transmisi yaitu perubahan jumlah *susceptible, latent* dan *invected.*

Dari uraian di atas maka transmisi infeksi dan epidemi penyebaran penyakit TB dapat disusun suatu sistem persamaan diferensial tak linier orde satu sebagai model dasar dinamika epidemi TB sebagai berikut:

$$N(t) = S(t) + L(t) + I(t) + R(t)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = \alpha - \beta S(t) I(t) - \mu S(t)$$

$$\frac{dL(t)}{dt} = (1-\rho)\beta S(t) I(t) - kL(t) - \mu L(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \rho\beta S(t) I(t) + kL(t) - atI(t) - \mu I(t)$$

Catatan(S,L,I)=(x,y,z)

3. Analisa Numerik

Dari sistem tersebut diperoleh dua titik tetap yakni: titik tetap yang pertama menunjukkan bahwa semua manusia sehat dan berpotensi terinfeksi TBC (stabil global).

fixedpoint :

{z = 0., y = 0., x = 1.529411765},

{x = 139.0952543, z = -58.78698509, y = -68.40468360}

Dari sistem tersebut diperoleh Matriks Jakobian yakni:

$$jac := \begin{bmatrix} -0.143e-1z-0.85 & 0 & -0.143e-1x \\ 0.715e-2z & -0.8547 & 0.715e-2x \\ 0.715e-2z & 0.47e-2 & 0.715e-2x-1.00 \end{bmatrix}$$

Jakobian matrik disekitar titik tetap yang pertama beserta nilai eigennya adalah

$$jac1 := \begin{bmatrix} -0.85 & 0 & -0.0218706 \\ 0 & -0.8547 & 0.01093529 \\ 0 & 0.0047 & -0.9890647 \end{bmatrix}$$

$nilaieigen := -0.8500000000, -0.8543185725, -0.98944613$

Sedangkan Matriks Jakobian disekitar titik tetap yang kedua beserta nilai eigennya adalah:

$$jac2 := \begin{bmatrix} -0.00934611 & 0 & -1.9890621 \\ -0.42032694 & -0.8547 & 0.99453106 \\ -0.42032694 & 0.0047 & -0.00546893 \end{bmatrix}$$

$nilaieigen :=$ [illegible]

Dari sistem persamaan diferensial di atas akan dianalisis dengan menggunakan data dari laporan morbiditas rawat inap tahun 2007 di medical record Rumah Sakit Paru Batu

Parameter yang digunakan dalam model ini adalah:

S(t) = jumlah pegawai + jumlah pasien rawat inap(kecuali pasien TBC)
=178 + 3341
= 3519 orang

L(t) = jumlah pasien laten TBC
= 330 orang

I(t) = jumlah pasien terinfeksi TBC
= 275 orang

Dengan melakukan proporsional terhadap parameter tersebut, maka :

S(0) = 3519 / 4819
= 0.73

L(0) = 330 / 3519
= 0.094

I(0) = 275 / 3519
= 0.078

β = (jumlah pasien TBC / 12) / N(t)
= 0.0143/bulan

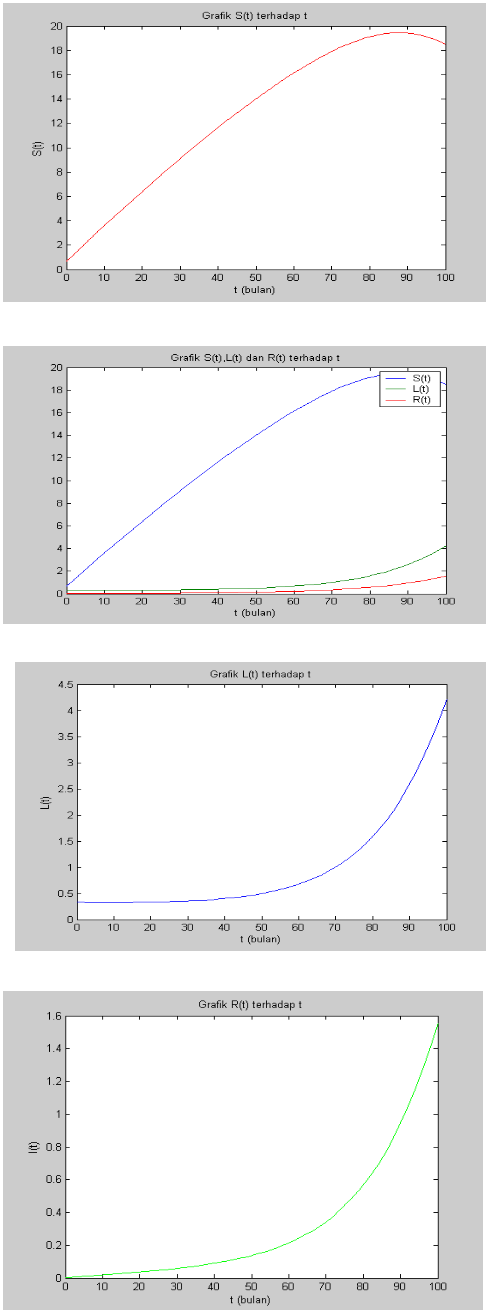
d = (jumlah pasien mati akibat TBC/12)/ N(t)
= 0.0006/bulan

μ = (jumlah pasien mati alami/12) / N(t)
= 0.0033/bulan

p = 0.15

k = 0.0047/bulan

Dengan menggunakan program Matlab untuk model TBC pada sistem diatas dihasilkan gambar berikut:



Gambar 2. Hasil Model TBC dengan MatLab

PENUTUP

Berdasarkan penelitian yang telah penulis lakukan, maka penulis dapat menarik kesimpulan tentang pembentukan pemodelan matematika pada penyebaran penyakit tuberkulosis di rumah sakit paru batu, yaitu :

$$\frac{dS(t)}{dt} = \alpha - \beta S(t)I(t) - \mu S(t)$$

$$\frac{dL(t)}{dt} = (1-\rho)\beta S(t)I(t) - kL(t) - \mu L(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \rho\beta S(t)I(t) + kL(t) - atI(t) - \mu I(t)$$

Dan dengan pendeskripsian pemodelannya sebagai berikut :

α = laju kelahiran
β = laju transmisi infeksi perkontak individu perbulan
d = laju kematian akibat TBC perbulan
μ = laju kematian secara alami(bukan karena TBC) per bulan
= proporsi tingkat perkembangan cepat dari rentan menjadi terinfeksi aktif
k = tingkat perkembangan dari laten TBC menjadi aktif TBC

Dan analisis dari model di atas menghasilkan matriks Jacobian sebagai berikut :

$$jac := \begin{bmatrix} -0.143e\text{-}1z-0.85 & 0 & -0.143e\text{-}1x \\ 0.715e\text{-}2z & -0.8547 & 0.715e\text{-}2x \\ 0.715e\text{-}2z & 0.47e\text{-}2 & 0.715e\text{-}2x-1.00 \end{bmatrix}$$

DAFTAR PUSTAKA

[1] Baiduri. (2002). *Persamaan Diferensial dan Matematika Model.* Malang: UMM Press

[2] Finozio dan Ladas. 1998. *Penerapan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern,* Edisi Kedua. Terjemahan Widiarti Santoso. Jakarta : Erlangga.

[3] Kasanah, Srinur. 2007. *Analisis Model Matematika pada Interaksi Leukimia Mielogenous Kronik (CML) dengan Sel T.* Skripsi tidak dipublikasikan. Malang :UIN.

[4] .... irschner,Denise.1997. *Dynamics of Co-infection with M.Tuberculosisand HIV-1,* (online), (http:// www.idealibrary.com), diakses 19 Mei 2008.

[5] Kumala, Poppy. dkk. 1998. *Kamus Saku Kedokteran Dorland,* Edisi 25. Jakarta: EGC.

[6] Pagalay,Usman.2008. *Model Penyebaran Penyakit Tuberculosis.* Jurnal tidak dipublikasikan. Malang:UIN.

[7] Perkumpulan Pemberantasan Tuberkulosis Indonesia. 2006. *Jurnal Tuberkulosis Indonesia.* Vol. 3, No.2 September 2006, (online), (http:// www.tbcindonesia.or.id/pdf/Jurnal_TB_Vol_3_No_2_PPTI.pdf), diakses 19 Mei 2008.